Mathematik 8 LG Lösungen

Aufgabenbereich II: Mehrstufige Zufallsversuche

Lb. S. 94//17 siehe Lb. S. 235

Lb. S. 94//18

a) Es gibt (in unserem Ziffersystem) 10 Ziffern, die man beliebig oft verwenden kann. Es gibt viele (1.000) Möglichkeiten der Anordnung der Ziffern.

b) P = $\frac{100}{1.000} = \frac{1}{10} = 0{,}1 = 10\ \%$

c) P(111) = $\frac{1}{1000} = 0{,}001 = 0{,}1\ \%$

d) E = {000; 111; 222; 333; 444; 555; 666; 777; 888; 999} ↷ P(E) = $\frac{10}{1000} = \frac{1}{100} = 0{,}01 = 1\ \%$

e) P = $\frac{125}{1000} = \frac{1}{8} = 0{,}125 = 12{,}5\ \%$

Lb. S. 94//19

2. Kind – Pfad: N-G ↷ P = $\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{4}$ 3. Kind – Pfad: N-N-G ↷ P = $\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

↷ Alle vier Kinder haben die gleiche Chance, das Gewinnlos zu ziehen.

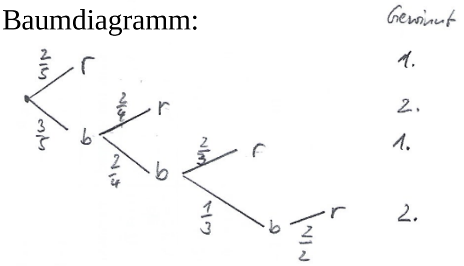
Lb. S. 94//20

Es ist besser, als Erster zu ziehen. Begründung mit Baumdiagramm:

1. – zieht als Erster 2. – zieht als zweiter

P(1.) = $\frac{2}{5} + \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{3}{5} = 0{,}6 = 60\ \%$

P(2.) = $\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} + \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{2} = \frac{2}{5} = 0{,}4 = 40\ \%$



Aufgabenbereich III: Kombinatorik (Kombinatorisches Zählen)

Einstieg: Lb. S. 91//5a Es gibt 6 Möglichkeiten der Anordnung der Zahlen 1, 2 und 3. Diese sind:
(123); (132); (213); (231); (312); (321)
Löse die Aufgabe mit den Zahlen 1, 2, 3 und 4.
Es gibt 24 Möglichkeiten der Anordnung der Zahlen 1, 2, 3 und 4. Diese sind:
(1234); (1243); (1324); (1342); (1423); (1432);
(2134); (2143); (2314); (2341); (2413); (2431);
(3124); (3142); (3214); (3241); (3412); (3421);
(4123); (4132); (4213); (4231); (4312); (4321)
Würdest du auf die gleiche Art und Weise diese Aufgabe mit den Zahlen 1 bis 9 lösen?
Nein, diese Aufgabe in der gleichen Art und Weis mit den Zahlen 1 bis 9 zu lösen, wäre sehr aufwändig und würde sehr lange dauern. ↷ Das Problem muss anders lösbar sein.

1) Lb. S. 92//9 Wenn man das Ziehen der Zahl als einzelne Zahl auffasst, handelt es sich um Kombinationen ohne Wiederholung.

Formel: $\frac{n!}{k!\cdot(n-k)!}$, Beachte: $0! = 1$

a) $\binom{4}{3} = \frac{4!}{3!\cdot(4-3)!} = 4$ $\qquad \binom{4}{4} = \frac{4!}{4!\cdot(4-4)!} = 1$

b) $\binom{9}{3} = \frac{9!}{3!\cdot(9-3)!} = 84$ $\qquad \binom{9}{4} = \frac{9!}{4!\cdot(9-4)!} = 126$

c) $\binom{7}{3} = \frac{7!}{3!\cdot(7-3)!} = 35$ $\qquad \binom{7}{4} = \frac{7!}{4!\cdot(7-4)!} = 35$

d) $\binom{6}{3} = \frac{6!}{3!\cdot(6-3)!} = 20$ $\qquad \binom{6}{4} = \frac{6!}{4!\cdot(7-4)!} = 15$

Achtung: Bildet man aus den gezogenen Zahlen dreistellige bzw. vierstellige (verschiedene) Zahlen, so handelt es sich um Variationen mit oder ohne Wiederholung!

(Beispiele: 246 und 8642)

	Variation mit Wiederholung		Variation ohne Wiederholung	
	Es können … dreistellige Zahlen gebildet werden.	Es können … vierstellige Zahlen gebildet werden.	Es können … dreistellige Zahlen gebildet werden.	Es können … vierstellige Zahlen gebildet werden.
a)	64	256	24	24
b)	729	6.561	504	3.024
c)	294	2.058	180	720
d)	216	1.296	120	360

Lb. S. 92//10 siehe Lb. S. 235
(Hinweis: großer Einlauf: Variation ohne Wiederholung, kleiner Einlauf: Kombination ohne Wiederholung)

2) Aus den Ziffern 1...9 werden zufällig drei ausgewählt. Wie viele dreistellige Zahlen mit Wiederholung kann man daraus bilden?

Variation mit Wiederholung, Formel: n^k ↷ $9^3 = \underline{\underline{729}}$

3) Wie viele von den in der Aufgabe 2 bestimmten Zahlen beginnen mit der 1?

Variation mit Wiederholung, Formel: n^k ↷ $1 \cdot 9^2 = \underline{\underline{81}}$

4) Löse die Aufgaben 2 und 3 ohne Wiederholung.

Variation ohne Wiederholung, Formel: $\frac{n!}{(n-k)!}$ ↷ $(A2)\ \frac{9!}{(9-3)!} = 504$ (A3) $1 \cdot \frac{8!}{(8-2)!} = 56$

5) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit beim Lotto „3 aus 9“, dass man einen Hauptgewinn (3 Richtige) und einen kleinen Gewinn (2 Richtige) hat?

Hauptgewinn: Kombination ohne Wiederholung,

$\binom{9}{3} = \frac{9!}{3! \cdot (9-3)!} = 84$ ↷ P(Hauptgewinn) = $\frac{1}{84} \approx 0{,}0119 = 1{,}19\ \%$

kleiner Gewinn: $\binom{3}{2} = 3$, es gibt 6 Möglichkeiten für die „falsche“ Zahl ↷ $6 \cdot 3 = 18$

↷ P(kleiner Gewinn) = $\frac{18}{84} \approx 0{,}214 = 21{,}4\ \%$