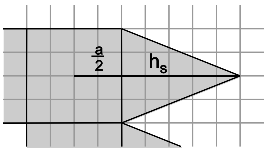
Lösung Aufgabe 1

a) Die fünf Quadrate sind im Netz so angeordnet, dass sie einen oben offenen Würfel bilden.
Die vier Dreiecke schließen die offene Seite des Würfels wie ein Spitzdach.
Der untere Teilkörper ist ein Würfel und der obere Teilkörper eine gerade quadratische Pyramide.

b) **Volumen V_W des Würfels:**

$V_W = a^3 = (4\,\text{cm})^3 = \underline{64\,\text{cm}^3}$



Ausschnitt

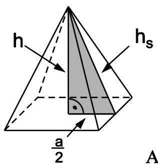


Abbildung
(nicht maßstäblich)

Volumen V_P der quadratischen Pyramide:

$V_P = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot (4\,\text{cm})^2 \cdot 4{,}6\,\text{cm} \approx \underline{24{,}5\,\text{cm}^3}$

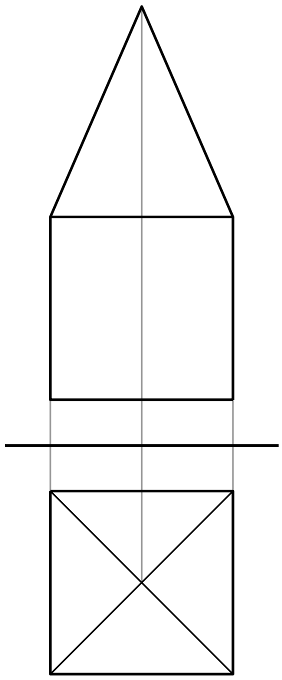
Volumen des Körpers:

$V_W + V_P = 64\,\text{cm}^3 + 24{,}5\,\text{cm}^3 = \underline{\underline{88{,}5\,\text{cm}^3}}$

Der Körper hat ein Volumen von ca. 88,5 cm^3.

c) **Zweitafelbild:**

Das Zweitafelbild zeigt den Grundriss und den Aufriss des Körpers.
Im Grundriss sieht man den Körper von oben und im Aufriss sieht man ihn von vorn.



verkleinerte Darstellung:
1 cm

Lösung Aufgabe 2

a) Bei dem (geraden) Kreiskegel bilden die Höhe h, der Radius r der Grundfläche und die Mantellinie s ein rechtwinkliges Dreieck

Winkel α:

Der Winkel α ist die Hälfte des Öffnungswinkels γ.

$\alpha = \gamma : 2 = 102° : 2 = \underline{51°}$

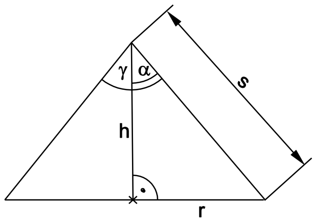


Abbildung (nicht maßstäblich)

Radius r des Grundkreises:

Der gesuchte Radius ist die Länge einer Kathete in dem rechtwinkligen Dreieck und kann mithilfe des Sinus berechnet werden.

$$\frac{r}{s} = \sin\alpha \qquad |\cdot s$$
$$r = s \cdot \sin\alpha$$
$$r = 4{,}0\ \text{cm} \cdot \sin 51°$$
$$r \approx \underline{\underline{3{,}1\ \text{cm}}}$$

Der Radius der Grundfläche des Kreiskegels beträgt rund 3,1 cm.

b) Um das Zweitafelbild zeichnen zu können, wird zusätzlich die Höhe h des Kreiskegels benötigt.

Höhe h des Kreiskegels:

Lösungsweg 1 (Satz des Pythagoras):

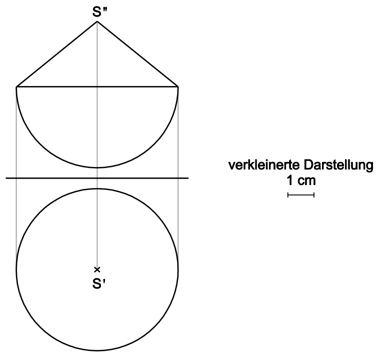
$$h^2 + r^2 = s^2 \qquad |-r^2$$
$$h^2 = s^2 - r^2 \qquad |\sqrt{\ }$$
$$h = \sqrt{s^2 - r^2}$$
$$h = \sqrt{(4{,}0\ \text{cm})^2 - (3{,}1\ \text{cm})^2}$$
$$h \approx \underline{2{,}5\ \text{cm}}$$

Lösungsweg 2 (mithilfe des Kosinus):

$$\frac{h}{s} = \cos\alpha \qquad |\cdot s$$
$$h = s \cdot \cos\alpha$$
$$h = 4{,}0\ \text{cm} \cdot \cos 51°$$
$$h \approx \underline{2{,}5\ \text{cm}}$$

Zweitafelbild:

Das Zweitafelbild stellt den Körper im Aufriss (von vorn gesehen) und im Grundriss (von oben gesehen) dar.



c) **Volumen des Kreiskegels:**

$$V_{Kreiskegel} = \frac{\pi}{3} \cdot r^2 \cdot h = \frac{\pi}{3} \cdot (3{,}1\ \text{cm})^2 \cdot 2{,}5\ \text{cm} \approx \underline{25{,}2\ \text{cm}^3}$$

Volumen der ganzen Kugel:

$$V_{Kugel} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot (3{,}1\ \text{cm})^3 \approx \underline{124{,}8\ \text{cm}^3}$$

Volumen der Halbkugel:

$$V_{Halbkugel} = 124{,}8\ \text{cm}^3 : 2 = \underline{62{,}4\ \text{cm}^3}$$

Volumen des Werkstückes:

$$V = V_{Kreiskegel} + V_{Halbkugel} = 25{,}2\ \text{cm}^3 + 62{,}4\ \text{cm}^3 = \underline{\underline{87{,}6\ \text{cm}^3}}$$

Das Werkstück hat ein Volumen von rund 87,6 cm^3.

d) Berechne die Masse m eines einzelnen Werkstückes und mit dem Ergebnis die Dichte des Materials. Beachte dabei die Maßeinheit der Dichten.

Masse eines einzelnen Werkstückes:

$$m = 23{,}6\ \text{kg} : 100 = 0{,}236\ \text{kg} = \underline{236\ \text{g}}$$

Dichte des Materials:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{236\ \text{g}}{87{,}6\ \text{cm}^3} \approx \underline{2{,}7\ \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}}$$

Ein Vergleich der berechneten Dichte mit der Tabelle liefert, dass die Werkstücke aus Aluminium bestehen.

Lösung Aufgabe 3

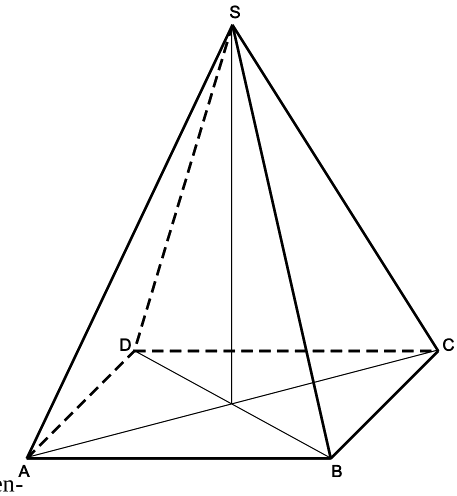
a) Der Maßstab gibt das Verhältnis Bildgröße : Originalgröße an.

	Originallänge	Bildlänge im Maßstab 2 : 1
Grundkantenlänge a	24 mm	48 mm
Höhe h	30 mm	60 mm

Schrägbild im Maßstab 2 : 1:

Beachte, dass im Schrägbild die Kanten, die in die Tiefe führen, um 45° geneigt und nur mit der halben Länge gezeichnet werden.

Verdeckte Kanten werden im Schrägbild gestrichelt eingezeichnet.



b) Für die Berechnung des Oberflächeninhalts benötigt man die Höhe der Seitenflächen. Die Seitenhöhe h_s bildet mit der Körperhöhe h und der Hälfte der Grundkante a ein rechtwinkliges Dreieck.

Seitenhöhe h_s:

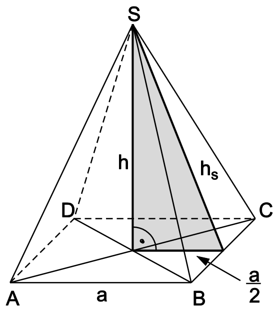
Die Seitenhöhe h_s kann mit dem Satz des Pythagoras berechnet werden.

$$h_s^2 = h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 \quad \left| \sqrt{} \right.$$

$$h_s = \sqrt{h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2}$$

$$h_s = \sqrt{(30\text{ mm})^2 + (12\text{ mm})^2}$$

$$h_s \approx \underline{32{,}3\text{ mm}}$$



Lösungsweg 1:

Die Oberfläche der Pyramide setzt sich aus der Grundfläche und den vier Seitenflächen zusammen.

Flächeninhalt A_S einer Seitenfläche:

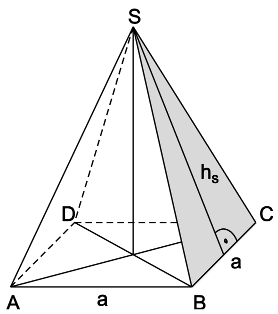
$$A_S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_s = \frac{1}{2} \cdot 24\text{ mm} \cdot 32{,}3\text{ mm} = \underline{387{,}6\text{ mm}^2}$$

Flächeninhalt A_G der Grundfläche:

$$A_G = a^2 = (24\text{ mm})^2 = \underline{576\text{ mm}^2}$$

Oberflächeninhalt A_O der Pyramide:

$$\begin{aligned} A_O &= A_G + 4 \cdot A_S \\ &= 576\text{ mm}^2 + 4 \cdot 387{,}6\text{ mm}^2 \\ &= 2\,126{,}4\text{ mm}^2 \\ &\approx \underline{\underline{21{,}26\text{ cm}^2}} \end{aligned}$$



Der Oberflächeninhalt der Pyramide beträgt rund 21,26 cm².

Lösungsweg 2:

Für den Oberflächeninhalt einer geraden quadratischen Pyramide gibt es eine Formel in der Formelsammlung.

Oberflächeninhalt A_O der Pyramide:

$$\begin{aligned} A_O &= a \cdot (a + 2 \cdot h_s) \\ &= 24\text{ mm} \cdot (24\text{ mm} + 2 \cdot 32{,}3\text{ mm}) \\ &= 2\,126{,}4\text{ mm}^2 \\ &\approx \underline{\underline{21{,}26\text{ cm}^2}} \end{aligned}$$

Der Oberflächeninhalt der Pyramide beträgt rund 21,26 cm².

Lösung Aufgabe 4

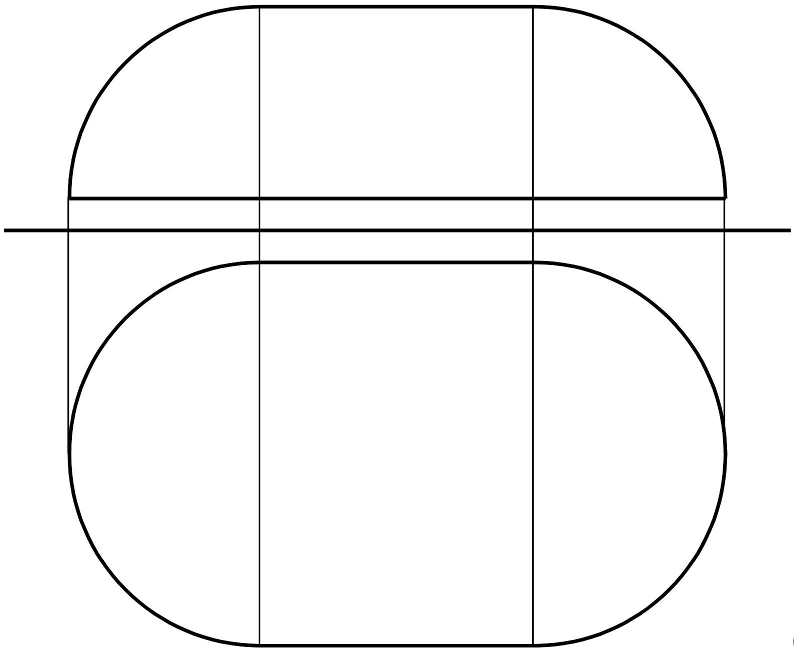
a) Beim Maßstab $1:k$ ergeben sich die Streckenlängen in der Zeichnung durch Division der Originallängen durch k. Um einen geeigneten Maßstab zu finden, kann eine Tabelle hilfreich sein.

Radius der Viertelkugeln:
$210\ \text{m} : 2 = 105\ \text{m}$

Länge des Halbzylinders:
$360\ \text{m} - 105\ \text{m} - 105\ \text{m} = 150\ \text{m}$

	im Original	im Maßstab 1 : 1 000	im Maßstab 1 : 5 000
Radius der Viertelkugeln	105 m	0,105 m = 10,5 cm	2,1 cm
Länge der Halle	360 m	0,360 m = 36,0 cm	7,2 cm
Länge des Halbzylinders	150 m	0,150 m = 15,0 cm	3,0 cm

Zweitafelbild z.B.im Maßstab 1 : 5 000:



(Abbildung nicht maßstäblich)

b) Die Höhe der Halle entspricht dem Radius der Viertelkugeln.

Die Höhe der Halle beträgt $210\ \text{m} : 2 = \underline{\underline{105\ \text{m}}}$.

c) Die zwei Viertelkugeln ergeben zusammen eine Halbkugel.
Berechne erst das Volumen des vollen Zylinders und der vollen Kugel, halbiere die Ergebnisse anschließend und bilde die Summe.

Volumen V_Z des vollen Zylinders:
$V_Z = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot (105\ \text{m})^2 \cdot 150\ \text{m} \approx \underline{5\,195\,409\ \text{m}^3}$

Volumen des Halbzylinders:
$V_Z : 2 = 5\,195\,409\ \text{m}^3 : 2 \approx \underline{2\,597\,705\ \text{m}^3}$

Volumen V_K der vollen Kugel:
$V_K = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot (105\ \text{m})^3 \approx \underline{4\,849\,048\ \text{m}^3}$

Volumen der Halbkugel:
$V_K : 2 = 4\,849\,048\ \text{m}^3 : 2 \approx \underline{2\,424\,524\ \text{m}^3}$

Volumen V der Halle:
$V = 2\,597\,705\ \text{m}^3 + 2\,424\,524\ \text{m}^3 = 5\,022\,229\ \text{m}^3 \approx \underline{\underline{5\,000\,000\ \text{m}^3}}$

In der Halle müssen rund 5 Millionen Kubikmeter Luft erwärmt und gereinigt werden.